EXERCICE N°1 — 5 points — 35 ' — PRINCIPALE 2018

Soit dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 - \left(2i\sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{12}}\right) z - 4\,e^{i\frac{\pi}{6}} = 0$.

1°) a) Vérifier que : $e^{i\frac{5\pi}{12}}\left(e^{i\frac{\pi}{4}} - e^{-i\frac{\pi}{4}}\right) = e^{i\frac{2\pi}{3}} - e^{i\frac{\pi}{6}}$ et que $e^{i\frac{2\pi}{3}} - e^{i\frac{\pi}{6}} = i\sqrt{2}\;e^{i\frac{5\pi}{12}}$

b) Vérifier que $z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ est une solution de l'équation (E).

c) Trouver alors l'autre solution de z_2 de l'équation (E).

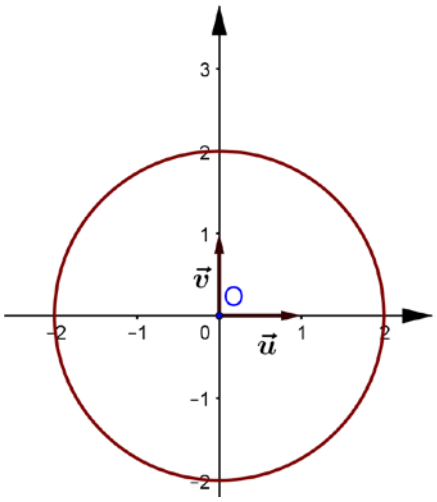
d) Écrire chacun des nombres complexes z_1 et z_2 sous forme cartésienne.

2°) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectifs $z_A = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_B = -\sqrt{3} + i$.

a) Vérifier que $z_B = i\,z_A$.

b) Déduire que le triangle OAB est isocèle rectangle.

c) Construire, dans la figure ci-contre, les points A et B.



3°) Soit C le point du plan d'affixe $z_C = \left(1-\sqrt{3}\right) + i\left(1+\sqrt{3}\right)$.

a) Montrer que $OACB$ est un carré.

b) Placer le point C.

c) Déterminer la forme exponentielle de z_C.

EXERCICE N°2 — 5,5 points — 40 ' — CONTRÔLE 2018

1°) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E_1) : $z^2 + (2+i)z + i = 0$.

2°) On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^3 + (1+i)z^2 - 2\,z - i = 0$.

a) Vérifier que 1 est une solution de (E).

b) Déterminer les nombres complexes a et b tels que :

$$z^3 + (1+i)\,z^2 - 2\,z - i = (z-1)\left(z^2 + a\,z + b\right).$$

c) En déduire dans $\mathbb{C}$, les solutions de l'équation (E).

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn

Tous droits réservés © TakiAcademy.com